

1. Allgemeines

Mit dem sprunghaften Fortschritt der Informationstechnologie in den letzten zehn Jahren hat der Computer in vielen Bereichen des Lebens an Bedeutung hinzugewonnen. Nicht nur die Arbeitsweisen in großen wie kleineren Unternehmen haben sich grundlegend verändert, auch drängen computerbasierte Anwendungen immer mehr in wissenschaftliche Bereiche vor. Klassische pädagogische Aufgaben wie z.B. die Vermittlung mathematischen Grundlagenwissens werden vermehrt von Software unterstützt, die im Schulunterricht ebenso wie in Hochschulvorlesungen zum Einsatz kommt.^{[1], [2]}

In der Arithmetik löste der Taschenrechner den Rechenschieber jedoch bereits Mitte der 80er Jahre ab. Die modernen Rechenschieber sind nun Einzel- und Mehrplatzrechner, Laptops, PDAs und andere elektronische Hilfsmittel. Damit können nun nicht nur komplizierte numerische Berechnungen vorgenommen werden, sondern vielmehr wird ein Großteil des herkömmlichen Lernstoffes auf dem Monitor buchstäblich abgebildet. Die Geometrie eignet sich hier hervorragend, da Punkte, Geraden, Kreise, Ellipsen etc. mittels entsprechend programmierter Software sofort veranschaulicht werden. Die Stärke solcher Visualisierungen ist der sofortige Eingriff in den Konstruktionsprozess: beliebige geometrische Elemente können so in Lage, Ort, Größe etc. verändert werden. Mit dieser „Dynamischen Geometrie-Software“ (DGS) ist es möglich, selbst komplizierte geometrische Konstrukte zu veranschaulichen und dem Benutzer näher zu bringen. Insbesondere geometrische Beweise erfahren durch Visualisierungen per DGS einen neuen, lebendigen Ausdruck. Fachleute sind sich allerdings nicht einig, was den Status dieser Echtzeit-Demonstrationen anbelangt. Sind einige davon überzeugt, damit echte Beweise geliefert zu haben, halten andere dies für einen gefährlichen Trend, gerade unter pädagogischem Aspekt.^{[3] - [5]}

Um ein Produkt nun als DGS vermarkten zu können, muss man als kleinste Forderungsmenge festhalten, dass Echtzeit-Manipulierbarkeit (z.B. per Maus), Interaktivität (Benutzer - DGS-Kernel, Benutzer - Benutzer usw.) sowie Portabilität (von erstellten Dokumenten) ermöglicht werden müssen. Eine typische DGS geht also über Funktionalität eines reinen Betrachters hinaus.

Die speziellen Anforderungen an solche Softwarepakete schwanken je nach Kundentyp. Jedoch liegt es nahe, dem Kunden möglichst einfach zu bedienende, leicht verständliche, intuitiv erlernbare und natürlich finanzierbare Softwarepakete bereitzustellen. Die Firma „EduSoft“ hat nun festgestellt, dass es sich lohnen könnte, ebenfalls mit einer entsprechenden Angebotspalette auf dem Markt vertreten zu sein. Recherchiert man, so kommt man zu dem Ergebnis, dass schon einige Konkurrenten ähnliche gelagerte Anwendungen zur Verfügung stellen.

2. Übersicht über relevante Applikationen

Das wohl bekannteste DGS ist *Cinderella*.^[6] Der besondere Erfolg von *Cinderella* besteht darin, dass es trotz eines großen Funktionsumfangs kinderleicht zu bedienen ist. Mit wenigen Mausklicks kann man auf der sehr übersichtlichen Benutzeroberfläche Punkte, Geraden, Kreise, Polygone und vieles mehr erzeugen und nach Belieben verschieben. Neben der euklidischen Geometrie beherrscht das Programm auch nichteuklidische Geometrien. Der Vorteil besteht vor allem darin, dass *Cinderella* als Java-basierte Applikation in HTML-Seiten eingebunden werden kann, und damit Interaktivität - auch per Web - sowie Portabilität in sich vereinigt. Es richtet sich vor allem an Lehrer und Studenten, dient also in erster Linie der Lehre. Ein System, was sich ebenfalls als Didaktik-Tool versteht, ist *GEONExT*,^[7] entwickelt von Mitarbeitern der Universität Bayreuth. Grob gesehen besitzt *GEONExT* etwa den gleichen Funktionsumfang, ermöglicht jedoch zusätzlich Anwendung von (Computer-) Algebra und Analysis, beispielsweise die Darstellung funktionaler Zusammenhänge in Form von Kurvenverläufen und Diagrammen. Auch bei *GEONExT* liegt der Schwerpunkt in der anschaulichen Vermittlung des Mathematik-Curriculums, halbautomatisches Generieren von Übungsaufgaben, deren Visualisierung und Dynamisierung gehören ebenso dazu wie die Präsentation von Lösungen und das „Beweisen“ geometrischer Sätze und Zusammenhänge. Ein wohl nicht zu unterschätzender Vorteil von *GEONExT* besteht darin, kostenlos im Internet als Download bereitgestellt zu werden.

Cabri Géométrie II,^[8] eines der führenden und weltweit verbreiteten Geometrie-Programme, ist an der Universität Grenoble in Zusammenarbeit mit anderen Instituten entstanden. Als preisgekröntes Paket (u.a. „Apple Trophy“ 1988) ist es komfortabel und mächtig. *Cabri* ist für zahlreiche Plattformen erhältlich, darunter auch verschiedene PDA-Typen, allerdings sind nur die Demoversionen frei.

Im Gefolge von *Cabri Géomètre I* war *Euklid*^[9] als Windows-Programm entstanden, als dieses noch ein reines DOS-Programm war. Mittlerweile ist es nicht nur ein völlig eigenständiges Programm, sondern eindeutig Marktführer in Deutschland. Aus namensrechtlichen Gründen wurde der Name zu *Euklid-Dynageo* erweitert. *Euklid* ist, insbesondere was das Zeichnen von Kegelschnitten und Ortslinien anbelangt, zwar nicht so leistungsfähig wie *Cabri II*, aber dafür sehr einfach und intuitiv zu bedienen, dazu mit einem sehr guten Preis-Leistungsverhältnis. Die Demoversion ist im Leistungsumfang fast nicht begrenzt und dient auch zum kostenfreien Aktualisieren älterer Versionen. Bei *Geolog*^[10] wird das mausgesteuerte Konstruieren verbunden mit der Eingabe von Konstruktionsbefehlen per Tastatur wie bei statischer Geometrie-Software. *Geolog* ist mittlerweile integriert mit *GeoExpert*, einem tutoriellen System und *GeoBeweis*, einem System, das formales Beweisen im klassischen Sinne (kongruenzgeometrisch) mit computergestütztem Geometrie-Unterricht verbindet. Kegelschnitte hier sind allerdings ebenfalls nicht unter den geometrischen Objekten. Eine Einzelplatz-Lizenz ist Freeware, Schul-Lizenzen sind im Buchhandel erhältlich.

Geometers Sketchpad^[11] ist die weltweit wohl meist verkaufte DGS, in Deutschland allerdings kaum in Gebrauch. Besondere Stärken liegen im Umgang mit Abbildungen und in der Möglichkeit, in einer Scriptsprache zu programmieren. *Geometers Sketchpad* kommt damit konzeptionell einem Computeralgebrasystem recht nahe. Der Vertrieb erfolgt über den Cornelsen-Verlag, der lediglich eine Demo-Version frei zu Verfügung stellt. Im Übrigen hat sich der Verlag den Namen „Dynamische Geometrie-Software“ markenrechtlich schützen zu lassen, was bedeutet, dass sich *Cabri II*, *Cinderella* etc. sich nicht mehr offiziell als DGS verkaufen dürfen.

Eine weitere Freeware-DGS ist *Zirkel und Lineal*^[12], die sowohl für Windows als auch - da in Java programmiert - plattformunabhängig betrieben werden kann.

In Abgrenzung zu den erwähnten dynamischen Geometrie-Software-Paketen existieren die im Ingenieurwesen weit verbreiteten CAD-Systeme, wie *AutoCAD*, *AutoSketch*, *PointLine*^[13] u.a. Sie ermöglichen die Erstellung von genormten technischen Zeichnungen, wie sie früher am Reißbrett entstanden. Naturgemäß erfährt dabei der pädagogische Aspekt geringere Beachtung. Ebenfalls ist der Bestandteil „dynamisch“ hier wesentlich schwächer ausgeprägt, wenngleich doch z.B. *AutoCAD* nicht nur statische Modelle zulässt.

Erwähnt sei hier noch die Möglichkeit, zur Visualisierung von geometrischen Sachverhalten auf Computeralgebrasysteme (CAS) wie *Mathematica*, *Maple*, *Mupad*, *Derive*^[14] u.a. zurückzugreifen. Dazu muss allerdings gesagt werden, dass die Bedienung solcher Software großenteils programmiertechnische Fähigkeiten erfordert, die im Unterricht schwer unterzubringen sind. Es bleibt wohl eher dem Hochscholstudenten oder Experten überlassen, sich die gewünschten Funktionen selbst zu definieren und unter Generierungen von Animationen den darin liegenden geometrischen Umstand bewegt erfahrbar zu machen. Was aber verstärkt in Verbindung mit CAS auf dem Markt in Erscheinung tritt, sind käufliche Zusatzmodule, die nun einerseits den Programmieraufwand minimieren und andererseits den interaktiven Aspekt fördern. Auch die Einbindung von Java-Ressourcen (z.B. mittels *JLink*^[15] für *Mathematica*) kommt zunehmend in Gebrauch, was letztlich den Export ins Internet ermöglicht.

Die Ursache, dass etliche DGS-Systeme als Shareware zur Verfügung stehen, ist wohl in der Tatsache begründet, dass ursprünglich die meisten von und für Mathematiklehrer an Schulen und Universitäten entwickelt worden sind. Diesem Sharewarekonzept liegt eine ideologische Sichtweise über die kostenlose Verfügbarkeit von Software - kostenlose Verfügbarkeit von Wissen - zu Grunde.^[16] Das viele der genannten DGS-Pakete als Java-Programme angeboten werden ist natürlich kein Zufall und kann unter den bekannten Vorteilen dieser Sprache subsummiert werden: Robustheit, Portabilität, Internetfähigkeit. Darüber hinaus werden jene Produkte als Open Source verbreitet, sind also gerade unter dem objektorientierten Gesichtspunkt erweiterbar.^[17]

Quellen:

[1] allgemeine Informationen zum Unterricht mit DGS:

<http://www-m10.mathematik.tu-muenchen.de/~vogel>

<http://www.learn-line.nrw.de/Faecher/Mathematik/Geometrie/medfoy/medio.htm>

<http://www.mathematikunterricht.de/Geometrie/geo.htm>

<http://www-m1.ma.tum.de/lehrer/material/elementargeometrie>

<http://www.darmstadt.gmd.de/schulen/Studienseminar/medientage/dgs.doc>

<http://www.mathe-ecke.de/>

- [2] Mathe Werkstatt von Prof. Elschenbroich:
<http://home.t-online.de/home/elschenbroich/homepage.htm>
Elschenbroich, H.-J.: „Visuelles Beweisen - Neue Möglichkeiten durch Dynamische Geometrie-Software“, Beiträge zum Mathematikunterricht 1999. Franzbecker, Hildesheim.
- [3] Beno Eckmann: „Mathematik: Fragen und Antworten“, Neue Zürcher Zeitung v. 03.08.94, S. 49
- [4] Bruno Buchberger: „Computer-Algebra: Das Ende der Mathematik?“, online: www.uni-linz.ac.at
- [5] John Horgan: „The Death of Proof“, Scientific American, Oktober 1993 sowie
„Der Tod des Beweises“, Spektrum der Wissenschaft, Dezember 1993, S. 88
- [6] *Cinderella*: www.cinderella.de,
Jürgen Richter-Gebert, Ulrich H. Kortenkamp: „Benutzerhandbuch für die interaktive Geometrie-Software *Cinderella* Version 1.2“, Springer, Berlin 2001
Rezensionen: „*Cinderella*. Die interaktive Geometrie-Software“, Spektrum der Wissenschaft, Juli 2001, S. 101 sowie in
Computeralgebra Rundbrief, März 2000
DMV-Mitteilungen, 3-2000
Südkurier v. 21.07.99
Internationale Mathematische Nachrichten, 2000, Issue 183, S. 68
Vertrieb: www.springer.de und www.klett-verlag.de/heureka/produkte/cinderella/cinderella.htm
- [7] *GEONExT*: www.geonext.de
Arbeitsblätter mit *GEONExT*: <http://did.mat.uni-bayreuth.de/geonet/>
- [8] *Cabri Géomètre II*: www.cabri.net
alte DOS-Variante: <http://www.ti.com./calc/docs/cabri.htm>
Beispiele: <http://www.cabri.net/a-propos/exemples-e.html>
- [9] *Euklid/Dynageo*: www.dynageo.de
Interaktive Arbeitsblätter: www.tu-bs.de/institute/impd/steibl/Startseite.html
<http://www.briegel-online.de/mathe/euklid.htm>
Elschenbroich, H.-J.: „Zentralperspektive mit EUKLID. Mit einem zweidimensionalen Geometrieprogramm Raumvorstellung entwickeln“, Praxis der Mathematik 4/ 98
- [10] *Geolog*: <http://www.uni-giessen.de/~gcp3/geologde.htm>
- [11] *Geometers Sketchpad*: http://www.keypress.com/catalog/products/software/Prod_GSP.html
Vertrieb: <http://www.cornelsen-teachweb.de/cgi/WebObjects/COL.woa/>
- [12] *Zirkel und Lineal*: <http://mathsrv.ku-eichstaett.de/MGF/homes/grothmann/zul.html>
sowie: <http://mathsrv.ku-eichstaett.de/MGF/homes/grothmann/java/zirkel/>
- [13] *Autocad*: www.autocad.com
- [14] Computeralgebrasysteme:
Mathematica: www.wolfram.com
Maple: www.maple.com
Mupad: www.mupad.de
Derive: www.derive.com
- [15] Java-Einbindung in Mathematica (*JLink*):
<http://www.wolfram.com/orders> sowie <http://www.wolfram.com/products>
- [16] Volker Grassmuck, „Freie Software. Zwischen Privat- und Gemeineigentum“, Bonn 2002
- [17] Java: <http://www.javasoft.com>
Download: <http://java.sun.com/j2se/1.4.1/download.html>
Installationsanleitung: <http://java.sun.com/j2se/1.4.1/install.html>
Javadoc-Konvention: <http://java.sun.com/j2se/javadoc/writingdoccomments/index.html>

3. Ausführliche Beschreibung von *Cinderella*

3.1 Leistungsmerkmale

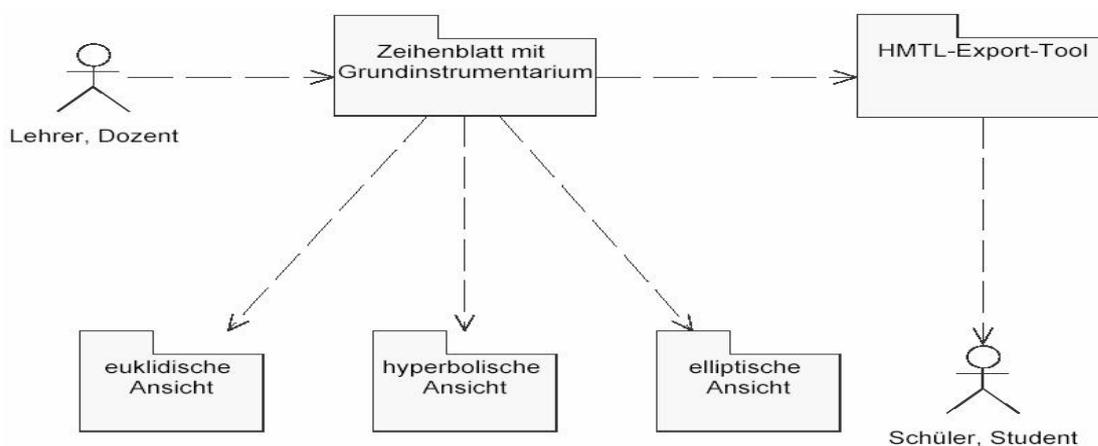
Im Segment der geometrischen Lern- (und Lehr-) Software ist *Cinderella* der unbestrittene Aufsteiger der letzten Jahre und gewann z.B. den European Academic Software Award 2000. Gegenüber den Konkurrenzprodukten zeichnet es sich dadurch aus, auch hyperbolische und elliptische Geometrie zu bewältigen. In Fenstern gibt es nebeneinander nicht-euklidische Ansichten, zieht man in einem Fenster, verändern sich gleichzeitig die Objekte in den anderen Ansichten. Das Programm ist selber in Java geschrieben und daher auf nahezu allen Plattformen lauffähig. Es ermöglicht die Einbindung der

selbst erstellten Dokumente in die Internet-Umgebung. Dabei gibt es in elektronischen Aufgabenblättern durch einen integrierten, im Hintergrund laufenden stochastischen „Beweiser“ die Möglichkeit, Schülerlösungen als korrekt zu erkennen und eine Rückmeldung zu geben, ein bisher erst wenig genutztes didaktisches Potential. Der Lizenzvertrag gewährt viel Freiraum bei der Weitergabe der dabei nötigen Teile von *Cinderella*. Für einen hohen Bedienungskomfort sorgen sehr instruktiv gestaltete Schaltflächen, die in Verbindung mit einer erläuternden Statuszeile sofort Aufschluss über die gewählte Funktion geben. Die ausführliche Hilfe, im Paket als HTML-Dateien integriert, stellt alle Features von *Cinderella* vor, sie bietet genügend Unterstützung für einen „Schnellstart“. Ein Manko ist allerdings die fehlende Möglichkeit, Berechnungen mit Größen durchzuführen, die in einer Konstruktion ausgemessen wurden, um so auch quantitative Zusammenhänge dynamisch zu überprüfen. Insbesondere vermisst man noch Makros und ein algebraisches Rechenmodul. Die Installation von *Cinderella* erfolgt problemlos über Dialogfenster nach Einlegen der CD-Rom. Die komplette Variante erfordert 7 MB Festplattenspeicher, zusammen mit Java Virtual Machine (JVM) und Web-Browser mehr. Der Installations-CD sind verschiedene Versionen beigelegt.

3.2 Anwendungsfälle

Anwendungsfall	Kennenlernen von Cinderella (auch anhand der Demoversion möglich)	Lehrer erstellt animierte Grafiken und Arbeitsblätter für den Unterricht	Lehrer erstellt interaktive Übungsaufgaben
Akteur	Interessent, Käufer	(Hochschul-) Lehrer	Lehrer, Schüler
Beschreibung	Test der Funktionen per Maus-Klick; Statuszeile informiert über die element. Vorgehensweise; Einfügen von Punkten und/oder Geraden; Drag & Drop erlaubt die Dynamisierung der Zeichnung	die fertige Konstruktion wird durch Anklicken der Export-Schaltfläche ins HTML-Format übertragen; Anzeige dann durch Start eines javafähigen Browsers	Konstruktion der Aufgabe; Definition von Start-, Hinweis-, und Lösungselementen; Export ins HTML-Format; Veröffentlichung auf eigener Webseite; evtl. Kontrolle des Lernerfolgs
Ergebnis	erste, selbstständig verfasste, geometrische Skizze	dynam. Präsentationen im Unterricht, Seminar	interaktive Webseite für Schüler, Studenten

3.3 Use-Case Diagramm zur inneren Logik von *Cinderella*



Einen groben Überblick verschafft das obige Diagramm (erstellt mit *Rational Rose Enterprise Edition 2000*), welches die prinzipiellen Bestandteile widerspiegelt: den Werkzeugkasten zum Zeichnen, die verschiedenen Ansichtsmodi und die Auslagerung in webfähige Dokumente zur Präsentation der Grafiken, Arbeits- und Übungsblätter im Internet.